

論文紹介：

Influence of a density increase
on the evolution of the Kelvin–
Helmholtz instability and vortices

Amerstorfer et al., Physics of Plasmas, 17, 072901, 2010

担当者 寺田直樹(東北大)

概要

- 磁気流体力学Kelvin-Helmholtz不安定の二次元数値シミュレーション
 - 有限厚みを持つ境界層を仮定
 - 下側のプラズマが大きな質量密度を持つ場合を想定(非磁化惑星のイオノポーズを想定)
- 最大成長モードの波長や非線形段階に達するまでの距離などを評価
- プラズマ雲の形成を仮定して、金星におけるイオン流出率を評価

導入

- Kelvin-Helmholtz不安定 (K-HI)
 - 地球マグネトポーズ
 - 非磁化惑星イオノポーズ
 - 惑星に近づくにつれて、プラズマの質量密度は増加、磁場は減少
 - このような配位におけるK-HIの研究は少ない
- イオノポーズ付近での波構造の観測
 - PVO [e.g., Brace et al., 1982; Russell et al., 1983]
 - イオノポーズにおける電子密度の波構造とプラズマ雲の観測
 - VEX [Pope et al., 2009; Walker et al., 2011]
 - シースにおける磁場の渦構造の観測
 - MEX [Gunell et al., 2008]
 - 電子密度・イオン密度・イオン速度の振動の観測

導入

- 金星でのプラズマ雲観測
 - K-HIと関係を示唆 [Wolff et al., 1980; Thomas and Winske, 1991; Brace et al., 1982]
 - Brace et al. [1982]は、金星でのプラズマ雲によるイオン流出率を $1.4 \times 10^{26} - 7 \times 10^{26}$ ions/sと評価
 - しかしながら、プラズマ雲はサイズ、形状、速度、分布、イオン組成などに不確定性がある
- K-HIは、非磁化惑星における太陽風相互作用の理解に加えて、惑星大気圏・電離圏環境の進化の理解に重要

数値シミュレーション：支配方程式

- 二次元の保存系MHD方程式

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{U})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{U})}{\partial y} = 0$$

ここで、

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho v_x \\ \rho v_y \\ \rho v_z \\ \rho \\ e \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v_x^2 + \Pi - \frac{B_x^2}{\mu_0} \\ \rho v_x v_y - \frac{B_x B_y}{\mu_0} \\ \rho v_x v_z - \frac{B_x B_z}{\mu_0} \\ \rho v_x \\ (e + \Pi)v_x - B_x(B_x v_x + B_y v_y + B_z v_z) \\ 0 \\ v_x B_y - v_y B_x \\ v_x B_z - v_z B_x \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v_y v_x - \frac{B_y B_x}{\mu_0} \\ \rho v_y^2 + \Pi - \frac{B_y^2}{\mu_0} \\ \rho v_y v_z - \frac{B_y B_z}{\mu_0} \\ \rho v_y \\ (e + \Pi)v_y - B_y(B_x v_x + B_y v_y + B_z v_z) \\ v_y B_x - v_x B_y \\ 0 \\ v_y B_z - v_z B_y \end{pmatrix}.$$

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho v^2}{2} + \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0}, \quad \Pi = p + \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0}.$$

e はトータルエネルギー密度、 Π はトータル圧力

初期条件

- 二次元配置 (図1)
 - 境界層に沿って x 軸、垂直に y 軸
 - 速度の z 成分、磁場の x, y 成分は無視

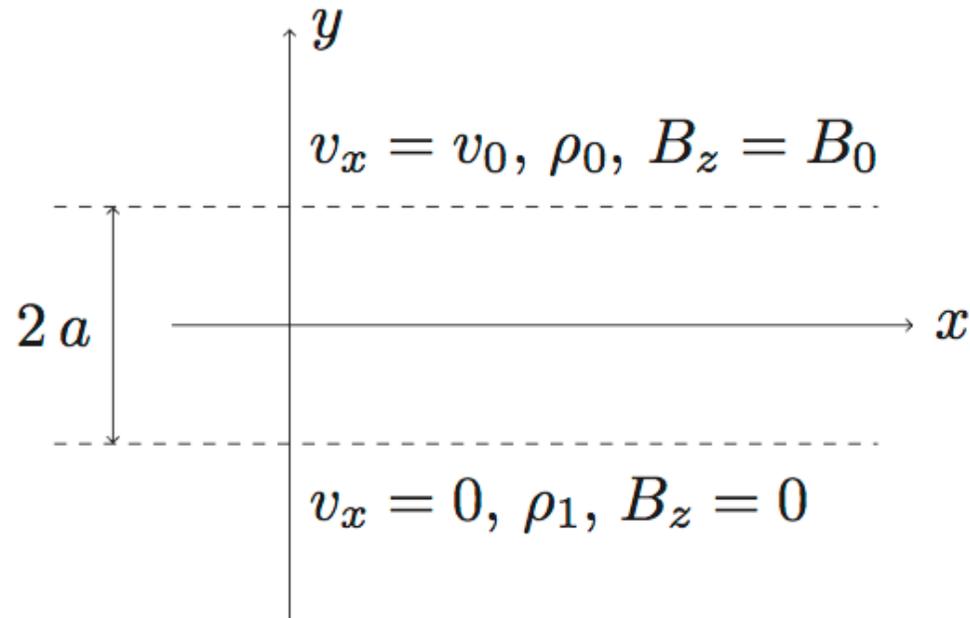


図1. a は境界層の半値幅

初期条件

- 初期プロフィール(図2)

- 圧力は以下の式に従って与える

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y} = 0.$$

- 速度、質量密度、磁場は以下の式で与える

$$v_x(y) = 0.5v_0[1 + \tanh(y)],$$

$$\rho(y) = 0.5\rho_0[1 + \tanh(y)] + 0.5\rho_1[1 - \tanh(y)],$$

$$B_z(y) = 0.5B_0[1 + \tanh(y)],$$

添字0はシース側、添字1は電離圏側(電離圏側は静止系)

- K-HIの種擾乱は以下の式で与える

$$v_y(x,y) = \delta v_y \sin\left(\frac{2\pi}{L_x}x\right)e^{-y^2},$$

L_x はx方向の計算領域の幅

初期条件

- 初期プロファイル(図2)
 - $v_0=1.0, \rho_0=1.0, B_0=1.5, \Pi=3.0, \delta v_y=0.01$
 - $\rho_1=10, 50, 100$ の3通りのシミュレーションを実行

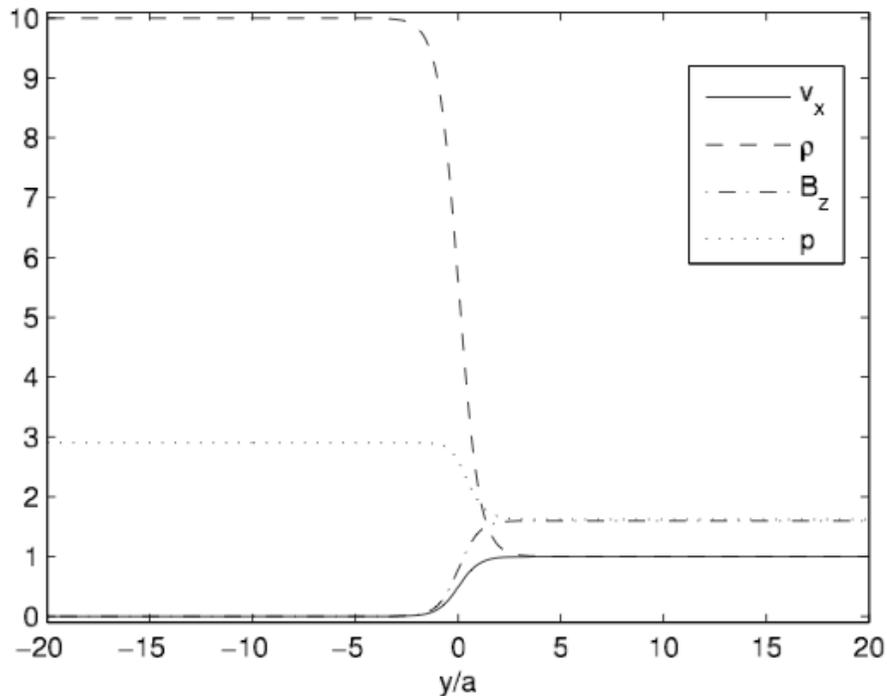


図2. $\rho_1=10$ の場合の初期プロファイル

数値手法

- スキーム
 - 二次の中心スキームを使用
 - TVD Lax-Friedrichsスキーム (Rusanovスキーム)
 - Woodward limiter
 - 中間値 ($U_i^{n+1/2}$) を Hancock 予測子を用いて求めている
 - 対称リーマンファンを仮定
 - リーマン問題を回避
- 境界条件
 - x 方向に周期境界
 - y 方向に固定境界
- 計算領域
 - $(0, L_x) \times (-20, +20)$

結果：線形成長率

- 鉛直運動エネルギー $E_y = 0.5\rho v_y^2$ の時間発展 (図3)
- $E_y(t)$ の初期の傾きより線形成長率を求める (E_y 以外でも良い)

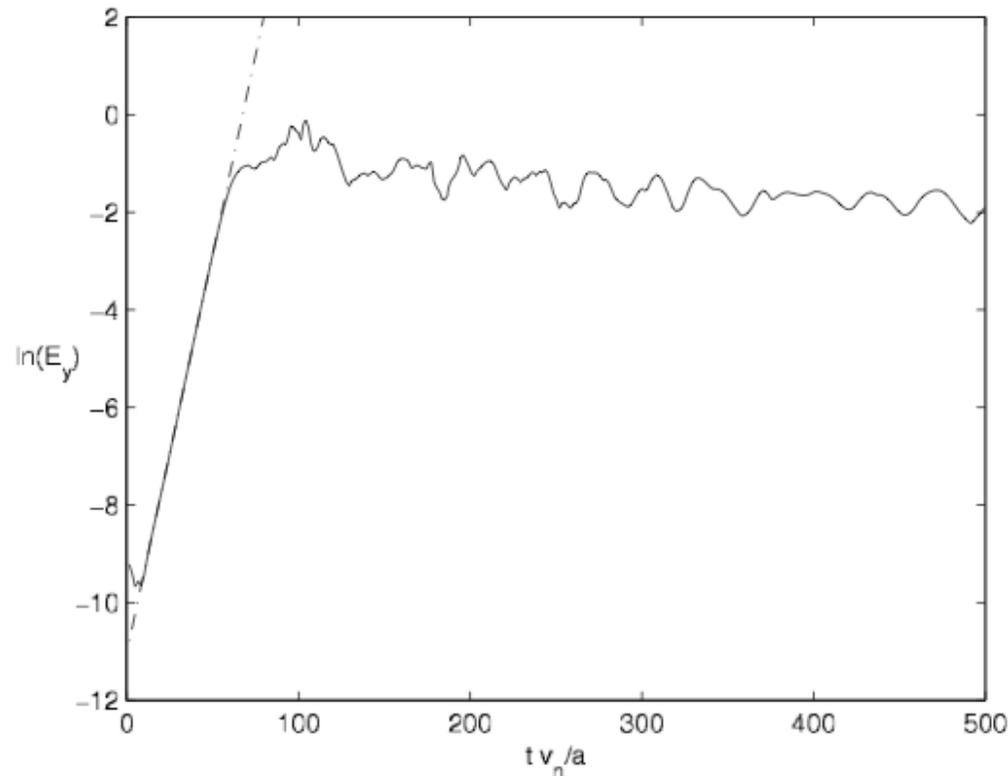


図3. E_y の時間発展。 $\rho_1=10, k_x a=0.52$

結果：線形成長率

- 種擾乱の波数 $k_x=2\pi/L_x$ を変化させて線形成長率を計算
 - 最大成長波数 k_m ： ρ_1 増加に伴って減少
 - $k_m a \sim 0.52$ for $\rho_1=10$, $k_m a \sim 0.35$ for $\rho_1=100$
 - 最大成長波率 γ_m ： ρ_1 増加に伴って減少

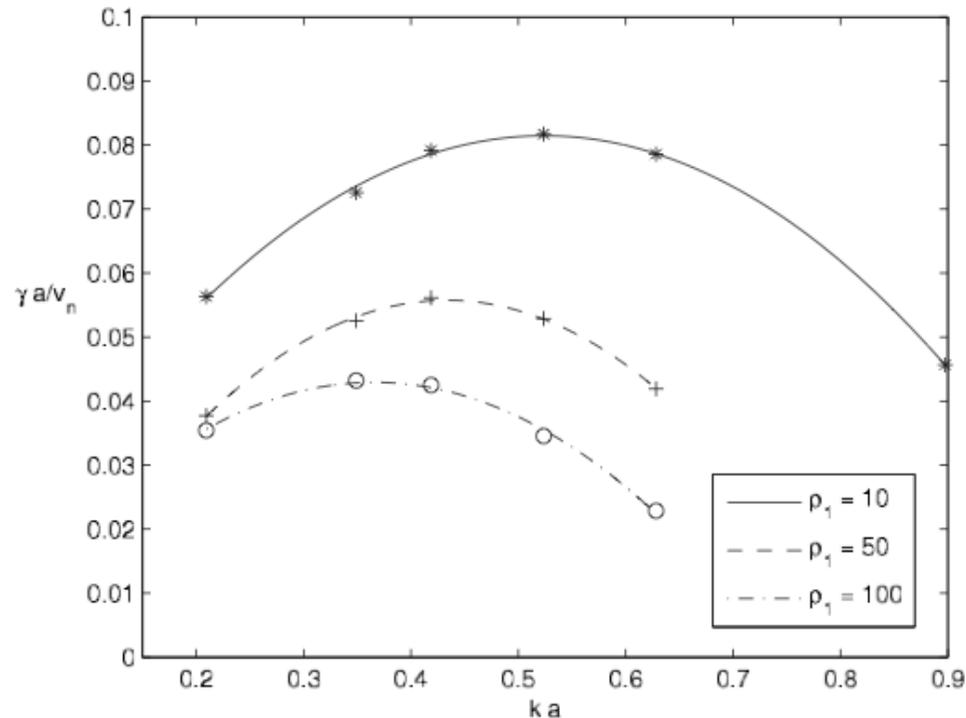


図4. $\rho_1=10, 50, 100$ の場合の成長率。曲線は放物線によるフィッティング

結果：線形成長率

- 最大成長率 γ_m の ρ_1 に対する依存性(図5)
 - $\gamma_m = c + b \ln(\rho_1)$, $c = 0.1208$, $b = -0.0168$ でフィッティング

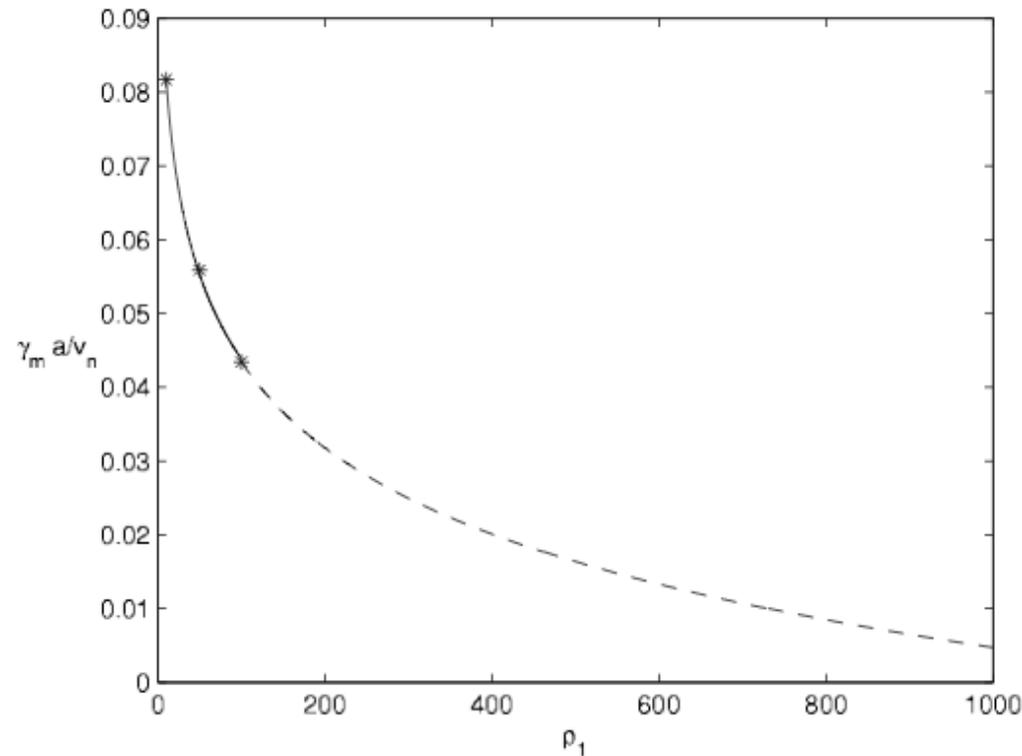


図5. 最大成長率 γ_m の ρ_1 に対する依存性

結果：飽和と非線形成長

- E_y の線形成長に要した時間 t_{lin} (図6)
- ρ_1 の増加に伴い、 t_{lin} も増加
 - $t_{\text{lin}}=71.1a/v_n$ for $\rho_1=10$, $t_{\text{lin}}=97.6a/v_n$ for $\rho_1=50$, $t_{\text{lin}}=119.4a/v_n$ for $\rho_1=100$

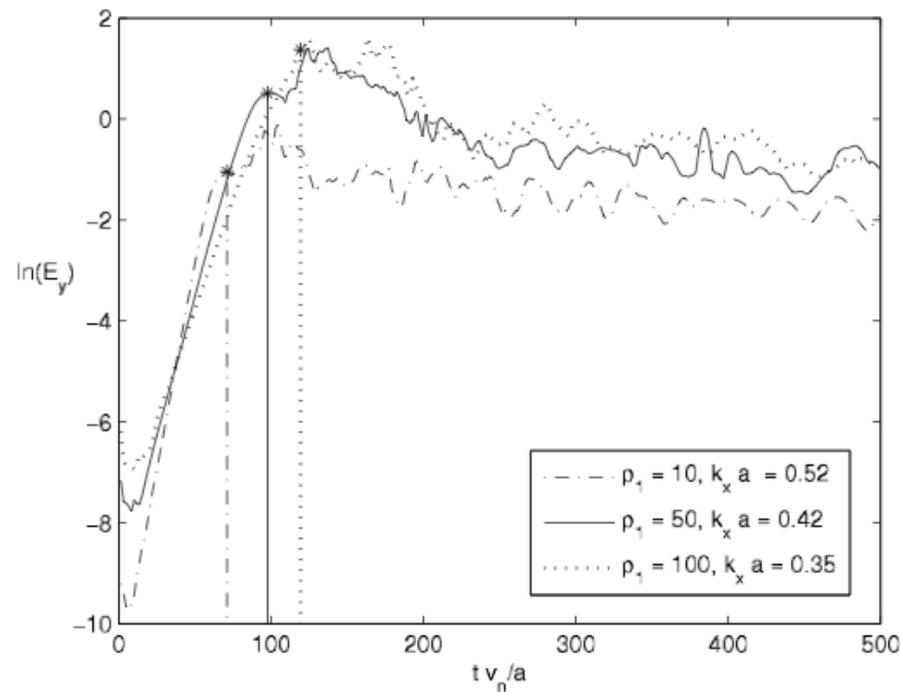


図6. E_y の時間発展。星印や縦線は、最初の最大の時間(t_{lin})を示す

結果：飽和と非線形成長

- 線形成長段階では擾乱が成長し、飽和段階では渦が巻上る。 ρ_1 の増加に伴い、渦はより非一様になる(図7-9)

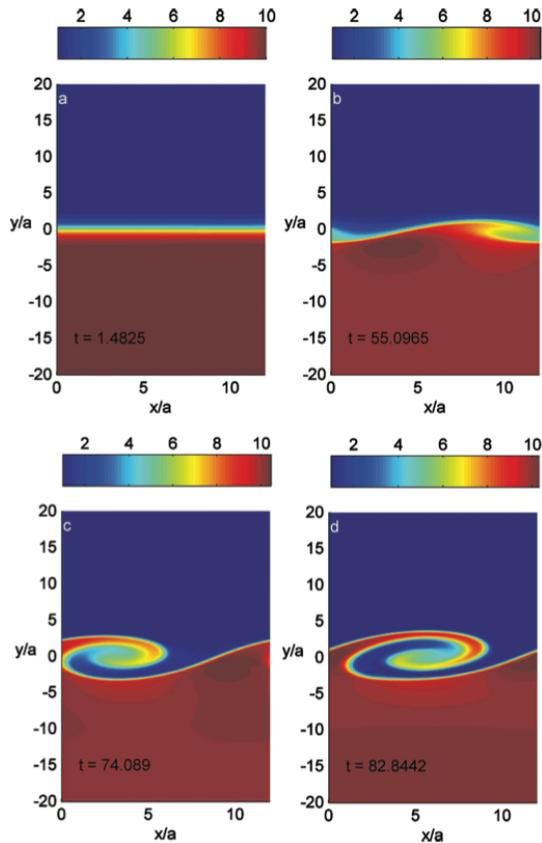


図7. 質量密度の時間発展。 $\rho_1=10, k_x a=0.52$

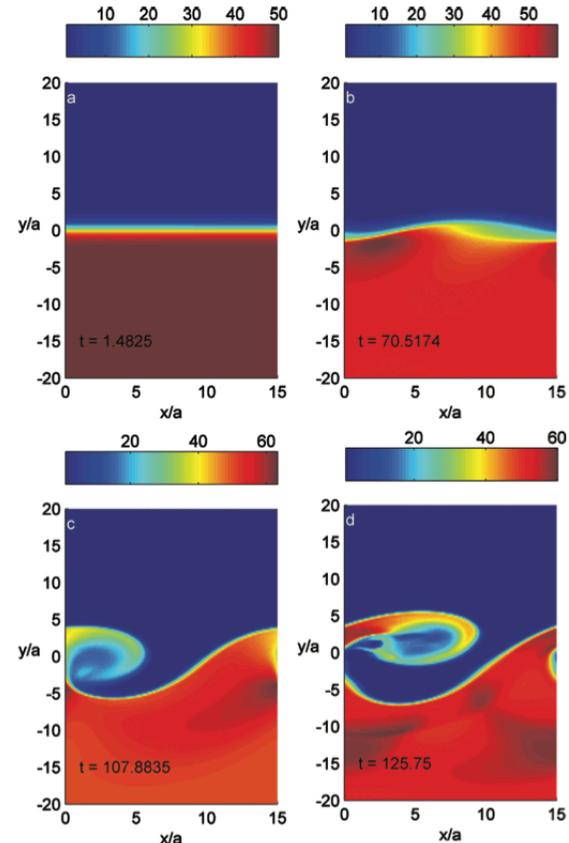


図8. $\rho_1=50, k_x a=0.42$

結果：飽和と非線形成長

- 飽和に達し、渦が発達した後は、境界層がより乱れ、規則正しい構造は見えなくなる(図10)。境界層の幅は $10a$ 程度

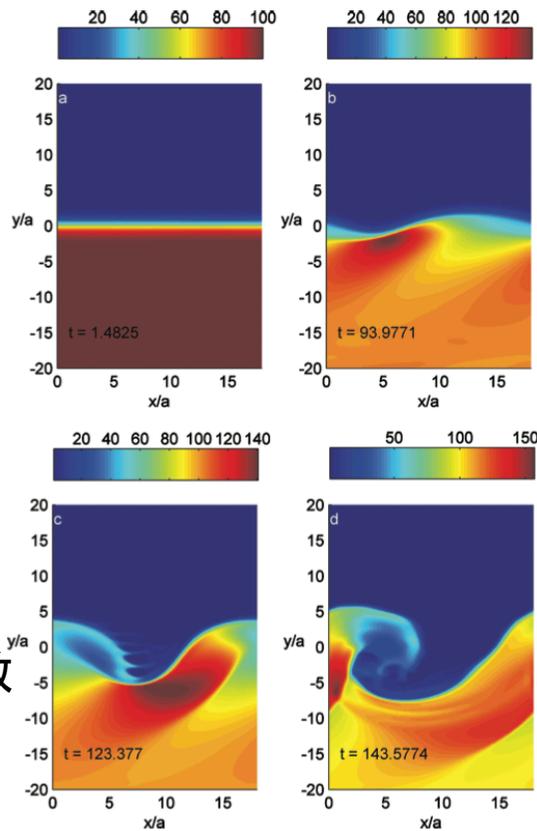


図9. $\rho_1=100, k_x a=0.42$

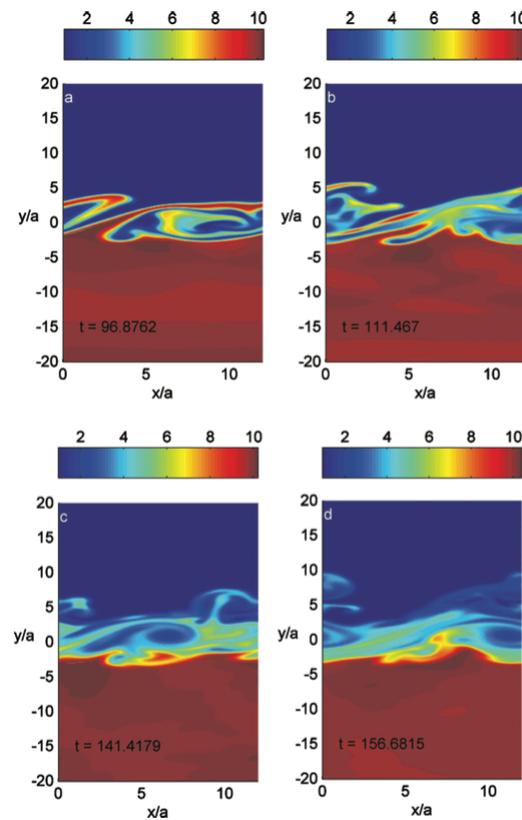


図10. 乱流段階。 $\rho_1=10, k_x a=0.52$

高マッハ数

議論

- 非線形段階に達するまでの距離
 - x 方向の擾乱の平均速度は $0.5v_n$
(?境界層厚みを無視した理論では、重心系で移動)
 - 線形段階の間に移動する距離は $D=0.5v_n t_{\text{lin}}$
よって、 $D_{10} \sim 36a$, $D_{50} \sim 49a$, $D_{100} \sim 60a$
 - この距離は v_n に依存しない
 - 金星や火星における見積り:
 - $a=50\text{km}$ とすると(? $a=10 \sim 15\text{km}$)
 $D_{10} \sim 1800\text{km}$, $D_{50} \sim 2450\text{km}$, $D_{100} \sim 3000\text{km}$
 - 一方、太陽直下点から明暗境界線までの距離は、
 $L_0 \sim 9500\text{km}$ (金星), $L_0 \sim 5300\text{km}$ (火星)
 - どちらの惑星においても、非線形段階に達しうる

議論

- プラズマ雲放出によるイオン流出率
 - PVOによる観測:
 - イオン流出率の推測値は $1.4 \times 10^{26} \sim 7 \times 10^{26}$ ions/s
 - シミュレーションからの見積り:
 - $\rho_1=100$, $t_{\text{lin}} \sim 120a/v_n$ の場合を考える
 - 擾乱の形を \sin^2 で近似
 $y(x)=L_V \sin^2(\pi x/L_V)$
ここで $L_V \sim 10a$ は渦の大きさ
 - 1つのプラズマ雲に含まれる電離圏イオンの数は、
 $N_{\text{cloud}} \sim n_1 l_z \int_0^{L_V} y(x) dx \sim 0.5 n_1 L_V^2 l_z$
ここで l_z はz方向の長さ(磁場沿い)

議論

– シミュレーションからの見積り(続き):

- 1つのプラズマ雲による流出率は、

$$\Gamma_{\text{cloud}} = N_{\text{cloud}} / t_{\text{lin}}$$

- 片半球におけるプラズマ雲の数を大雑把に仮定、

$$K^* = 2R_{\text{pl}} / l_z$$

- トータル流出率は、

$$\Gamma = 2K^* \Gamma_{\text{cloud}} = 4R_{\text{pl}} N_{\text{cloud}} / (l_z t_{\text{lin}}) = (5/3) n_1 R_{\text{pl}} v_n a$$

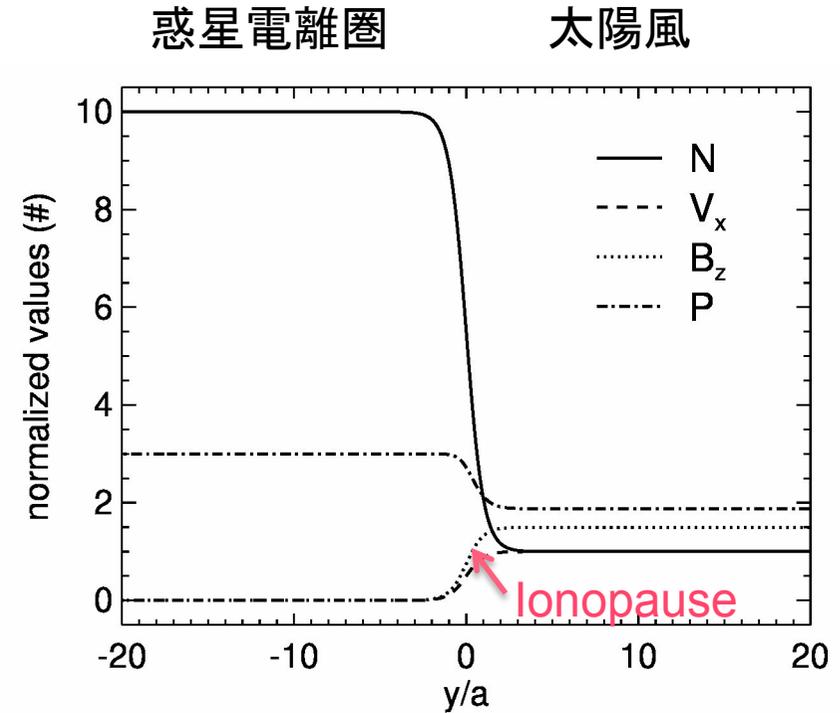
- 流出率は、太陽風速度と電離圏密度に依存

- 金星のパラメータ ($R_{\text{pl}} = 6 \times 10^3 \text{ km}$, $v_n = 400 \text{ km/s}$, $a = 50 \text{ km}$, $n_1 = 1000 \text{ cm}^{-3}$) を用いると、

$$\Gamma = 2 \times 10^{26} \text{ ions/s}$$

– 観測とシミュレーションの見積りは同オーダー

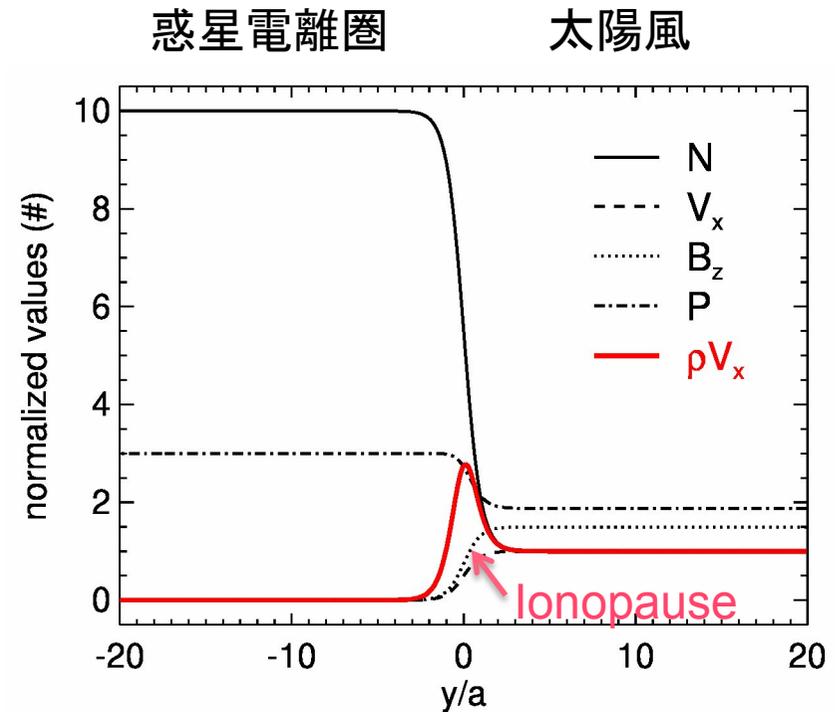
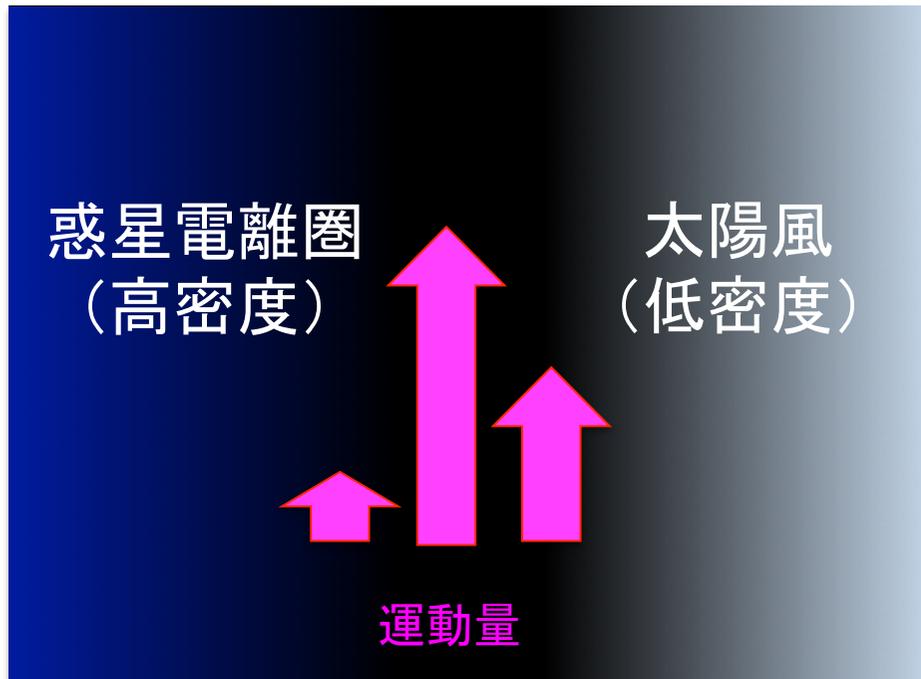
コメント



- 先行研究のほとんどが、**速度と密度**の初期分布を \tanh で定義

$$V_x(y) = 0.5V_0(1+\tanh(y/a))$$
$$\rho(y) = 0.5\rho_0(1+\tanh(y/a)) + 0.5\rho_1(1-\tanh(y/a))$$

速度シアーモデルの問題点



- シアー層内で、**運動量**がピークを持つ初期条件になってしまう
- 成長率を過剰見積り

$$V_x(y) = 0.5V_0(1+\tanh(y/a))$$

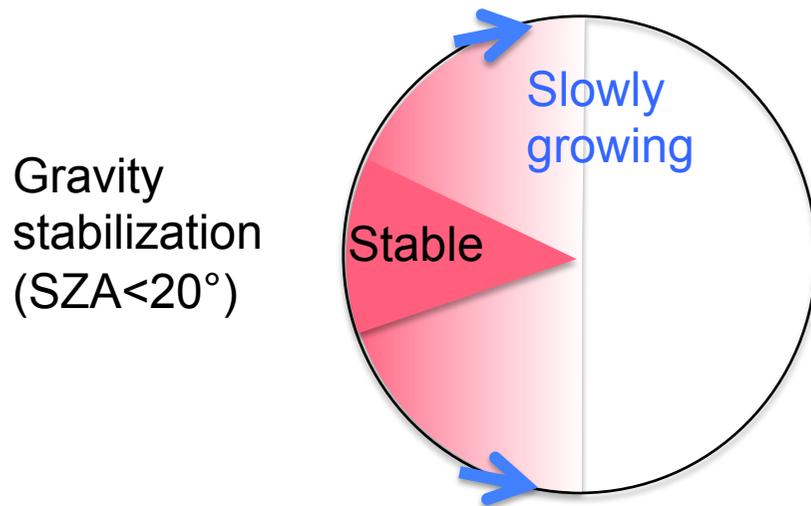
$$\rho(y) = 0.5\rho_0(1+\tanh(y/a)) + 0.5\rho_1(1-\tanh(y/a))$$

$$\rho V_x(y) = \rho(y) \cdot V_x(y)$$

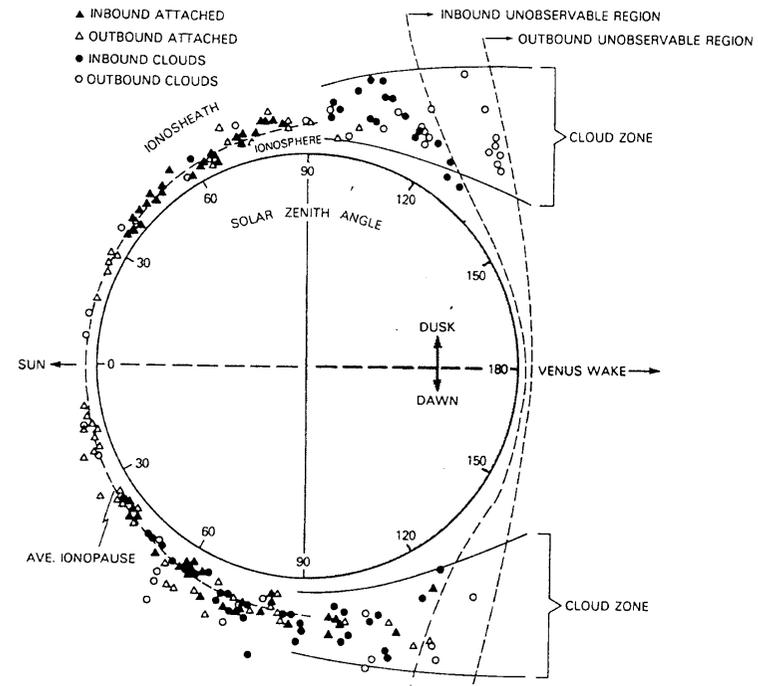
金星イオノポーズ観測との比較

- MHD theory predicts that large amplitude K-H waves **would not be observed at $SZA < \sim 50^\circ$**

Travel distance ($\Delta SZA > 30^\circ$) for K-HI to grow to large amplitude



- Other processes?
- Limitation of MHD approximation?



Plasma cloud signatures
[Brace et al., 1982]